

Een computersimulatie voor de kans op een stomphoekige driehoek

Janne Cauwels, Peter Cauwels en Koen De Naeghel

5 juni 2017

> **with(stats):**

Warning, these names have been redefined: anova, describe, fit, importdata, random, statevalf, statplots, transform

We interpretern "kies een willekeurige driehoek" als: "kies op een uniforme manier drie willekeurige hoeken tussen 0° en 180° waarvoor de som 180° is".

Dat is equivalent met: "kies op een uniforme manier twee willekeurige getallen tussen 0 en 180 waarvoor de som kleiner is dan 180".

Een eerste idee om twee getallen te genereren gaat als volgt:

- (1) kies eerst een willekeurig getal ANGLE1 tussen 0 en 180
- (2) kies dan een willekeurig getal ANGLE2 tussen 0 en $180 - \text{ANGLE1}$

Op deze manier is "stomphoekig" equivalent met " $\text{ANGLE1} > 90$ of $\text{ANGLE2} > 90$ of $180 - \text{ANGLE1} - \text{ANGLE2} > 90$ ".

Het aantal stomphoekige gevallen houden we bij in een COUNTER.

Het volgende programma voert deze procedure n keer uit, waarna de kans op stomphoekig dan benaderd wordt door de relatieve frequentie $\text{COUNTER}/n$.

> **COUNTER:=0:**

n:=100000:

from 1 to n do

ANGLE1:=stats[random,uniform](1)*180;

ANGLE2:=stats[random,uniform](1)*(180-ANGLE1);

ANGLE3:=180-ANGLE1-ANGLE2;

if ANGLE1>90 or ANGLE2>90 or ANGLE3>90 then

COUNTER:=COUNTER+1

fi;

od:

FREQUENCY:=evalf(COUNTER/n);

FREQUENCY:= 0.8065200000

Hoewel deze procedure betrouwbaar lijkt, moet wel nagegaan worden of de uniforme keuze van ANGLE2 wel onafhankelijk is van de keuze van ANGLE1.

Veiligheidshalve zullen we de twee getallen ANGLE1 en ANGLE2 op een alternatieve manier genereren, waarbij die onafhankelijkheid wel gegarandeerd is:

- (1) kies eerst een willekeurig getal ANGLE1 tussen 0 en 180
- (2) kies dan een tweede willekeurig getal ANGLE2 tussen 0 en 180
- (3) als $ANGLE1 + ANGLE2 < 180$ dan rekenen we dit als een geldige keuze, en is "stomphoekig" equivalent met " $ANGLE1 > 90$ of $ANGLE2 > 90$ of $180 - ANGLE1 - ANGLE2 > 90$ ".

Het aantal geldige keuzes houden we bij in VALID. Het aandeel stomphoekige gevallen bij die geldige keuzes houden we bij in COUNTER.

Het volgende programma voert deze procedure n keer uit, waarna de kans op stomphoekig dan benaderd wordt door de relatieve frequentie $COUNTER/VALID$.

```
> COUNTER:=0:
VALID:=0:
n:=200000:
from 1 to n do
    ANGLE1:=stats[random,uniform](1)*180;
    ANGLE2:=stats[random,uniform](1)*180;
    ANGLE3:=180-ANGLE1-ANGLE2;
    if ANGLE3>0 then
        VALID:=VALID + 1;
        if ANGLE1>90 or ANGLE2>90 or ANGLE3>90 then
            COUNTER:=COUNTER+1
        fi;
    fi;
od:
evalf(COUNTER/VALID);
```

0.7488012359

```
> VALID;
```

99686

Deze relatieve frequentie benadert nu wel de theoretisch beredeneerde kans van 75%. Dat de frequentie in de eerste procedure hiervan afwijkt, is een indicatie dat de uniforme keuze van ANGLE2 in de eerste procedure afhankelijk is van de keuze van ANGLE1. |